Műhelytanulmányok
Vállalatgazdaságtan Intézet

1093 Budapest, Fővám tér 8., 1828 Budapest, Pf. 489
☎ (+36 1) 482-5424, fax: 482-5567,
www.uni-corvinus.hu/vallgazd

Igazolható-e az üzleti ciklus az iparágak viselkedésével?

Dobos Imre

120. sz. Műhelytanulmány
HU ISSN 1786-3031

2010. február

Budapesti Corvinus Egyetem
Vállalatgazdaságtan Intézet
Fővám tér 8.
H-1093 Budapest
Hungary

Igazolható-e az üzleti ciklus az iparágak viselkedésével?

Dobos Imre

Logisztika és Ellátási Lánc Menedzsment Tanszék
Vállalatgazdaságtan Intézet
Budapesti Corvinus Egyetem, 1093 Budapest, Fővám tér 8.

Absztrakt
A dolgozat alapja egy olyan Leontief-típusú gazdaság, ahol minden egyes ágazatban egy vállalat termel, tehát monopóliumokból áll a gazdaság. A vállalatok termelnek, és a termékeiket a piacon értékesítik. A gazdaság mozgásegyenleteit a vállalati mérleg összefüggések, valamint a piaci csere után a gazdaságban, a termékek készletváltozása írja le. Az így létrejött mozgásegyenletekből arra következtethetünk, hogy a ciklusok egy ilyen modellben szükségszerűen kialakulnak, tehát az üzleti ciklus a gazdaság működéséhez hozzátartozik.
Journal of Economic Literature (JEL) kód: D46, E32.

Kulcsszavak
gazdasági növekedés, üzleti ciklus, Leontief-modell, dinamikus rendszer

Can business cycles be proved with the behavior of enterprises?

Abstract
The aim of the paper is to analyze a Leontief-type economy, i.e. all firms produce only one product and only one technology. The firms sell the products on a monopolistic market. The move of this economy is controlled by the balance sheet expressions and the inventory level fluctuations. The differential equations of the move of this economy show a cyclical movement of the economy along the balanced growth path.
Journal of Economic Literature (JEL) kód: D46, E32.

Keywords
economic growth, business cycle, Leontief model, dynamic system

1. Bevezetés

A ciklus kutatása a hazai irodalomban főként Bródy András munkáira vezethető vissza. Nagyhatású munkái közül most kettőt említünk. *Bródy András* [1980] „Ciklus és szabályozás” című műve kísérletet tesz a ciklus ábrázolására egy Leontief-típusú gazdaságban. A ciklusnak ez a modellje nagyban támaszkodik *Goodwin* [1967] ciklus-modelljére. A leírt összefüggések leginkább a természettudományokból ismert Lottka-Volterra differenciálegyenletekhez hasonlatosak. A *Bródy András* [2004] legutóbbi munkája a gazdasági ciklust a szereplők optimalizálási céljából vezeti le. Ez az ábrázolás a variációs elvekkel és az első integrál létezésével hozza összefüggésbe a gazdasági rendszerekben meglévő, ciklushoz vezető tényezőket. (*Bródy* [1997], *Bródy* [2000], *Bródy* [2002], *Bródy* [2007], *Bródy - Ábel* [2008])

Ebben a dolgozatban kísérlet történik a ciklus egy olyan ábrázolására, amely a vállalati viselkedésre alapozódik. Abból indulhatunk ki, hogy a Leontief-modellben ismert ágazatok vállalatoknak feleltethetőek meg, amelyek célja nyereség elérése, és a terméküket piacon értékesítik. Ebben a felfogásban egy olyan gazdaságot modellezünk, ahol a gazdaság szereplői egyetlen terméket termelnek, és azt monopolistaként értékesítik a piacon.

A gazdaság mozgásegyenleteinek leírásához két típusú egyenleteket alkalmazunk. Az egyik egyenlettípus a vállalati mérleget testesíti meg. A vállalatok a mérlegük összeállításánál az időszak végi mérlegfőösszeget úgy számítják ki, hogy az időszak kezdőértékéhez hozzáadják előző időszaki eszközeik átértékeléséből származó „jövedelmet” (készletátértékelés), valamint az időszaki nyereséget. A másik típusú egyenleteknél az adott termék gazdaságban meglévő állományának értékösszegét írhatjuk fel. Ekkor a gazdaságban adott termékből a piacon meglévő mennyiség értékösszege úgy változik, hogy a növekedéshez szükséges felhalmozás (beszerzés) növeli, és az el nem adott termékek mennyisége csökkenti azt. Ezeket az összefüggéseket viszonylag egyszerű matematikailag megragadni.

A dolgozat felépítése a következő lesz. A második részben a modellt állítjuk fel, és a ciklust generáló differenciálegyenleteket fejezzük ki explicit formában. A következő részben egy numerikus példán mutatjuk be a probléma megoldását, és annak a tulajdonságait. A negyedik részben azzal foglalkozunk, hogy hogyan alakulnak a gazdaság pályái, ha a gazdaságban technológiai innováció zajlik le, vagyis a technológiai fajlagosok csökkennek, azaz egységnyi végtermék kibocsátásához kevesebb termékre van szükség, valamint a készletigényesség is változik. Ezen vizsgálatokat a pályák összehasonlításával hajtjuk végre, mert az elemzés matematikailag túl körülményes. Az utolsó részben összegezzük az eredményeket.

2. A modell leírása

A bemutatásra kerülő modellben a következő jelöléseket alkalmazzuk:

- a_i az i-ik vállalat folyó ráfordítási vektora, oszlopvektor,
- b_i az i-ik vállalat készletigényességi vektora, oszlopvektor,
- a_j^T a j-ik piac vállalatai ráfordítási együtthatóinak vektora, sorvektor,
- b_j^T a j-ik piac vállalatai készletigényességi együtthatóinak vektora, sorvektor,
- $x_i(t)$ az i-ik vállalat nemnegatív termelési szintje a t-ik időpontban,
- $x(t)$ gazdaság nemnegatív termelési szintjenek vektora a t-ik időpontban,

- $p_j(t)$ a j-ik termék nemnegatív ára a t-ik időpontban,
- $p(t)$ a gazdaság nemnegatív árvektora a t-ik időpontban,
- T a tervezési időhorizont hossza, nemnegatív.

A vizsgálat alapját tehát a dinamikus Leontief modell képezi. Tegyük fel, hogy az iparágak vállalatokat testesítenek meg, valamint minden ágazatnak van egy piaca. Lényegét tekintve tehát monopolpiacokon folyik a termelés és az elosztás. Ebben a felfogásban tehát az i-ik vállalat bruttó kibocsátása $x_i(t)$, amihez $a_i \cdot x_i(t)$ mennyiségű más terméket használ fel, amit a piacról kell beszereznie. A kapacitások változtatásához ugyanakkor $b_i \cdot \dot{x}(t)$ termékmennyiséget kell beszerezni és lekötni. Tegyük fel azt is, hogy a piacon kialakul minden időpontban egy $p(t)$ árrendszer. Az árak kialakulásával most nem foglalkozunk, az a felírandó modellből fog adódni.

Mivel az ágazatokat vállalatoknak fogjuk fel, ezért feltehetjük, hogy rendelkeznek mérleggel. A mérlegben a vállalat rendelkezésére álló eszközöket szerepeltetjük minden időpontban. A vállalat vagyona tehát a rendelkezésre álló vagyontárgyakkal írható le, amit az adott árrendszeren értékelünk: $p(t) \cdot b_i \cdot x_i(t)$.

Azt tudjuk, hogy a vállalati vagyon értéke hogyan változik, ugyanis a megtermelt termékek azonnal vagyontárggyá válnak, vagyis készlet növelőek ($p_i(t) \cdot x_i(t)$), a termeléshez felhasznált áruk megsemmisülnek ($p(t) \cdot a_i \cdot x_i(t)$), vagyis csökkentik egy időpontban a vállalat vagyonát. E két tétel különbsége a vállalat nyeresége: $p(t) \cdot x_i(t) - p(t) \cdot a_i \cdot x_i(t)$. Másik oldalról az árváltozás is befolyásolja a vagyon nagyságát. Ha az árak növekszenek, a vagyonnövelő hatású, míg az árcsökkenés csökkenti a vagyont ($\dot{p}(t) \cdot b_i \cdot x_i(t)$). E tényezők összegzésekor a következő egyenletet kapjuk:

$$\frac{d}{dt}\left[p(t) \cdot b_i \cdot x_i(t)\right] = \left[p_i(t) \cdot x_i(t) - p(t) \cdot a_i \cdot x_i(t)\right] + \dot{p}(t) \cdot b_i \cdot x_i(t). \ (i=1,2,\ldots,n)$$

Átalakítás után azt kapjuk, hogy

$$p(t) \cdot b_i \cdot \dot{x}_i(t) = p_i(t) \cdot x_i(t) - p(t) \cdot a_i \cdot x_i(t), \ (i=1,2,\ldots,n)$$

amiből a következő differenciálegyenletek állnak elő

$$\dot{x}_i(t) = \frac{p_i(t) - p(t) \cdot a_i}{p(t) \cdot b_i} \cdot x_i(t), \ (i=1,2,\ldots,n). \tag{1}$$

A másik oldalról a j-ik piacon lévő termékek értékösszegét vizsgáljuk meg. A gazdaságban egy termékből a termelési folyamat elkezdése előtt $p_j(t) \cdot b_j^T \cdot x(t)$ mennyiség áll rendelkezésre. Ezt a mennyiséget különböző tényezők módosítják. A rendelkezésre álló mennyiséget növeli a más vállalatok beszerzéseinek mennyisége, azaz a termelő felhasználás $p_j(t) \cdot a_j^T \cdot x(t)$ és a készletfelhalmozás $p_j(t) \cdot b_j^T \cdot \dot{x}(t)$ mennyisége. Ugyanakkor a piacon lévő mennyiséget csökkenti a termelő j-ik vállalat piacra vitt mennyisége. Ezzel a következő összefüggéshez jutunk:

$$\frac{d}{dt}\left[p_j(t)\cdot b_j^T\cdot x(t)\right]=-p_j(t)\cdot x_j(t)+p_j(t)\cdot a_j^T\cdot x(t)+p_j(t)\cdot b_j^T\cdot \dot{x}(t)\,.\ (j=1,2,\ldots,n)$$

Átalakítás után azt kapjuk, hogy

$$\dot{p}_j(t)\cdot b_j^T\cdot x(t)=-p_j(t)\cdot x_j(t)+p_j(t)\cdot a_j^T\cdot x(t)\,,\ (j=1,2,\ldots,n)$$

amiből a következő differenciálegyenletek állnak elő

$$\dot{p}_j(t)=-\frac{x_j(t)-a_j^T\cdot x(t)}{b_j^T\cdot x(t)}\cdot p_j(t)\,,\ (j=1,2,\ldots,n). \qquad (2)$$

Ezzel a két, (1)-(2) differenciálegyenlet rendszerrel lehet tehát leírni a gazdaság működését ebben az esetben. Ebben a gazdaságban tehát van $2\cdot n$ darab ismeretlenünk, vagyis a termelési szintek és az árak, valamint ugyanennyi egyenletünk, így a differenciálegyenlet rendszert egyértelműen megoldhatjuk. A rendszerből kiderül, hogy nagy hasonlóságot mutat a Goodwin-modellel (*Goodwin* [1967]) és a *Bródy* [1980] által javasolt ciklusmodellel, azonban más megfontolások vezettek a modell felírásához.

Az (1)-(2) differenciálegyenletek jelentését a következőkben foglalhatjuk össze. Az (1) egyenletek azt fejezik ki, hogy a termelési szintek, vagyis termelési kibocsátások lineárisan növekszenek, és a pillanatnyi növekedési ütem, vagyis $\frac{p_i(t)-p(t)\cdot a_i}{p(t)\cdot b_i}$ nem más, mint az egységnyi készletértékre eső egyégnyi nyereség. Másként, ez a profitrátát testesíti meg. A (2) rendszerben az árváltozást a $-\frac{x_j(t)-a_j^T\cdot x(t)}{b_j^T\cdot x(t)}$ hányados vezérli, ami az egységnyi tőkelekötésre eső egységnyi többletterméket jelöli, és itt még a változás fordított arányú.

Mielőtt tovább folytatnánk a vizsgálódást, definiáljuk a következő sajátérték feladatokat:

$$x=A\cdot x+\lambda\cdot B\cdot x\,, \qquad (3)$$

és

$$p=p\cdot A+\lambda\cdot p\cdot B\,, \qquad (4)$$

ahol az A és B mátrixok a termelő felhasználások és a készletigényességek összevont alakban. A (3) és (4) sajátérték feladatok megegyeznek a korábban már *Bródy* [1969] által kiterjedten vizsgáltakkal, de szinguláris B mátrix esetén is létezik megoldása. (*Dobos* [2007]) A továbbiakban tegyük fel, hogy létezik a (3)-(4) rendszereknek pozitív (λ_0, x_0, p_0) megoldása. Ezt garantálhatjuk, ha feltételezzük, hogy az A mátrixnak létezik nemnegatív Leontief-inverze. Ekkor a

$$\frac{1}{\lambda}x=\left(I-A\right)^{-1}\cdot B\cdot x$$

sajátérték feladatra lehet visszavezetni a feladatainkat, és a Perron-Frobenius-tételek miatt létezik a nemnegatív sajátérték és sajátvektor. (*Krekó* [1976])

A következő részben a felállított (1)-(2) modell tulajdonságait foglaljuk össze.

3. A felállított modell néhány tulajdonságai

Az (1) és (2) típusú differenciálegyenletek explicit megoldása analitikusan lehetetlen, ezért a továbbiakban inkább a numerikus megoldásból próbálunk néhány tulajdonságot levonni. Mindezekkel együtt azonban triviális esetben az egyenletrendszer megoldása megadható. Először a modell triviális megoldásait foglaljuk össze.

1. *Tulajdonság:*

A modell nemnegatív megoldása: $x(t) = e^{\lambda_0 \cdot t} \cdot x_0$ és $p(t) = e^{-\lambda_0 \cdot t} \cdot p_0$, ha a differenciálegyenlet rendszer kezdeti értéke a (3)-(4) sajátérték feladat nemnegatív megoldása, ahol a kezdeti érték

$$\begin{bmatrix} x(0) \\ p(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ p_0 \end{bmatrix}.$$

A tulajdonság belátása nem okoz nehézséget. Helyettesítsük a javasolt megoldást az (1)-(2) differenciálegyenlet rendszerbe. Mivel az exponenciális kifejezéssel egyszerűsíteni lehet, és a sajátérték feladatot kapjuk vissza, ezért az állítás teljesül.

A tulajdonság arra utal, hogy ebben a speciális esetben az (1)-(2) differenciálegyenlet rendszer megoldása lényegében megegyezik a lineáris

$$x(t) = A \cdot x(t) + B \cdot \dot{x}(t) \qquad (5)$$

és

$$p(t) = p(t) \cdot A - \dot{p}(t) \cdot B \qquad (6)$$

differenciálegyenlet rendszer nemnegatív megoldásaival. Ezzel a tulajdonsággal sikerült a klasszikus dinamikus Leontief-modellel kapcsolatba hozni a felállított modellt.

2. *Tulajdonság:*

Az (1)-(2) rendszer megoldása pozitív, ha kezdeti értékek a mennyiségekre és árakra poztitívak.

Itt lényeges kijelentés, hogy a kezdeti értékeknek pozitívnak kell lenniük. A tulajdonság belátása nem okoz nehézséget. Írjuk fel az egyszerűség kedvéért az *i*-ik mennyiségre az (1) differenciálegyenletet a következő formában:

$$\frac{\dot{x}_i(t)}{x_i(t)} = \frac{p_i(t) - p(t) \cdot a_i}{p(t) \cdot b_i}.$$

Ennek a megoldásához az alábbi egyenlőség segít hozzá

$$d\frac{\ln(x(t))}{dt}=\frac{p_i(t)-p(t)\cdot a_i}{p(t)\cdot b_i},$$

vagyis a megoldás

$$x_i(t)=x_i(0)\cdot e^{\int_0^t \frac{p_i(\tau)-p(\tau)\cdot a_i}{p(\tau)\cdot b_i}d\tau}.$$

Innen pedig következik, hogy a megoldás pozitív, mivel az exponenciális függvény csak pozitív értékeket vehet fel.

A további tulajdonságokat analitikusan nem lehet bizonyítani, ezért a numerikus megoldást hívjuk segítségül. A megoldást a MathCad programcsomag alkalmazásával állítottuk elő. A továbbiakban feltételezzük, hogy a probléma kezdeti értéke nem fekszik az egyensúlyi arányos pályán, azaz a Neumann-sugáron.

A továbbiakban a termelő felhasználások *A* mátrixát, és a készletigényesség *B* mátrixa az alábbi 3x3-as mátrixok reprezentálják:

$$A=\begin{bmatrix}0{,}1 & 0{,}3 & 0{,}2\\ 0{,}5 & 0{,}2 & 0{,}4\\ 0{,}2 & 0{,}4 & 0{,}5\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}0{,}01 & 0{,}03 & 0{,}02\\ 0{,}05 & 0{,}02 & 0{,}04\\ 0{,}07 & 0{,}06 & 0{,}01\end{bmatrix}.$$

A kezdeti értékek a mennyiségre és árra:

$$x(0)=\begin{bmatrix}0{,}1\\ 0{,}1\\ 0{,}1\end{bmatrix},\ p(0)=\begin{bmatrix}0{,}1\\ 0{,}1\\ 0{,}1\end{bmatrix}. \qquad (7)$$

A rendszerünk egyensúlyi arányos pályája

$$x^N(t)=\begin{bmatrix}0{,}375\\ 0{,}612\\ 0{,}696\end{bmatrix}\cdot e^{0{,}404\cdot t},\ p^N(t)=\begin{bmatrix}0{,}493\\ 0{,}554\\ 0{,}671\end{bmatrix}\cdot e^{-404\cdot t},$$

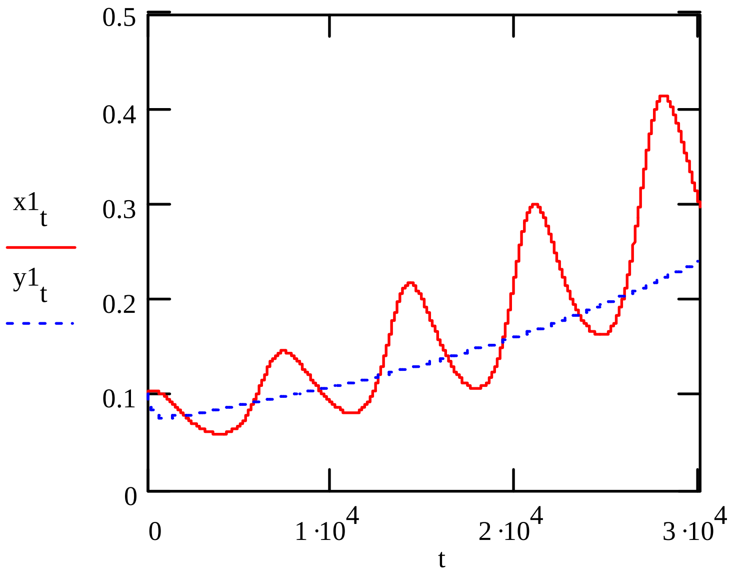
ahol az egyensúlyi növekedés üteme λ_0 = 0,404, és az egyensúlyi termelési szint és árvektor

$$x_0=\begin{bmatrix}0{,}375\\ 0{,}612\\ 0{,}696\end{bmatrix},\ p_0=\begin{bmatrix}0{,}493\\ 0{,}554\\ 0{,}671\end{bmatrix}.$$

Ez utóbbiak a megoldásai a (3)-(4) sajátérték feladatnak.

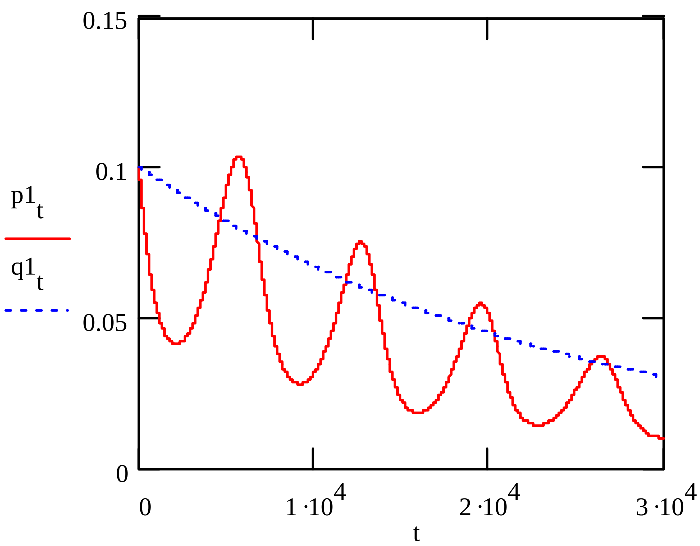
Oldjuk meg numerikusan az (1)-(2) differenciálegyenlet rendszert az (7) kezdeti értékek mellett. A megoldást nem mutatjuk meg a teljes termelési szint és árrendszerre, csak az első terméket választottuk ki. Ennek az az oka, hogy a többi termékre is hasonló görbéket kapunk megoldásként. Az 1. ábra az első termék termelési szintjének pályáját mutatja.

1. ábra. Az első termék termelési szintje és a dinamikus Leontief-modell megoldása



Az ábrán szaggatott vonallal jelöltük az (5) dinamikus Leontief-modell megoldását a (7) kezdeti érték mellett. A 2. ábrán az árak mozgását mutatjuk be.

2. ábra. Az első termék ármozgása és a dinamikus Leontief-modell ára



A szaggatott vonal ebben az esetben is a dinamikus Leontief-modell ármegoldását mutatja. Az 1. és 2. ábra alapján megállapíthatjuk, hogy az (1)-(2) differenciálegyenlet rendszer megoldása a Neumann-sugár mentén ciklikus mozgást végez. Ezt a 3. Tulajdonságban mondjuk ki.

3. *Tulajdonság:*

Az (1)-(2) egyenletekkel leírt gazdaság *ciklikus* mozgást végez a termelési szintek és az árak tekintetében is, amennyiben nem az egyenletes arányos pályáról indul a gazdaság.

Ezt a tulajdonságot nehéz bizonyítani, de a szimulációk alátámasztják a tulajdonságot. A pálya, amelyet befut a gazdaság nem stabil, nem tart a Neumann-sugárhoz. Az árak, mivel csökkenőek igen, azonban a termelési szintek egyre nagyobb amplitúdóval lengenek ki az egyensúlyi arányos pálya mentén.

Két kérdést tehetünk még fel, amelyet futtatásainkra támaszkodva válaszolhatunk meg. Egy vállalat (ágazat) pályáját tekintve az árak és a termelési mennyiségek azonos ciklust futnak-e be, vagy késleltetés van közöttük? A másik kérdés azt célozza, hogy a vállalatok azonos ciklusban vannak-e, vagyis egyszerre nőnek és csökkenek, vagy van közöttük fáziskésés.

Az első kérdésre a választ a 3. ábra segítségével szemléltetjük. Elegendő csak egy vállalatot kiválasztanunk az elemzéshez, mert a többi vállalat pályája is hasonló görbét ír le. Az ábráról leolvasható, hogy interferencia van az árak és termelési mennyiségek között. Az árváltozást követi a termelési mennyiségek változása. Itt a változást a lokális maximumok és minimumok egymás utániságaként ragadhatjuk meg.

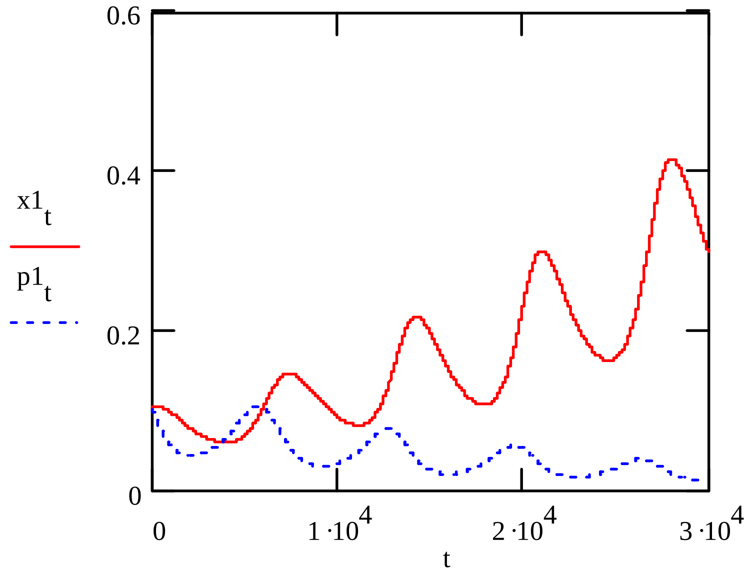
A második feltett kérdésre a választ a 4. ábra vizsgálatával válaszolhatjuk meg. Az árak összevetése hasonló képet mutatna, ezért most annak a bemutatásától eltekintünk. Az ábrán az látható, hogy két vállalatnál a ciklus teljesen ellentétesen alakul, de úgy, hogy a ciklusok csúcspontja csúcspontjai egybe esnek, A harmadik vállalatnál hol az egyik, hol a másik vállalat növekedési ciklusát követi.

A két kérdésre adott választ a következő tulajdonságban foglalhatjuk össze.

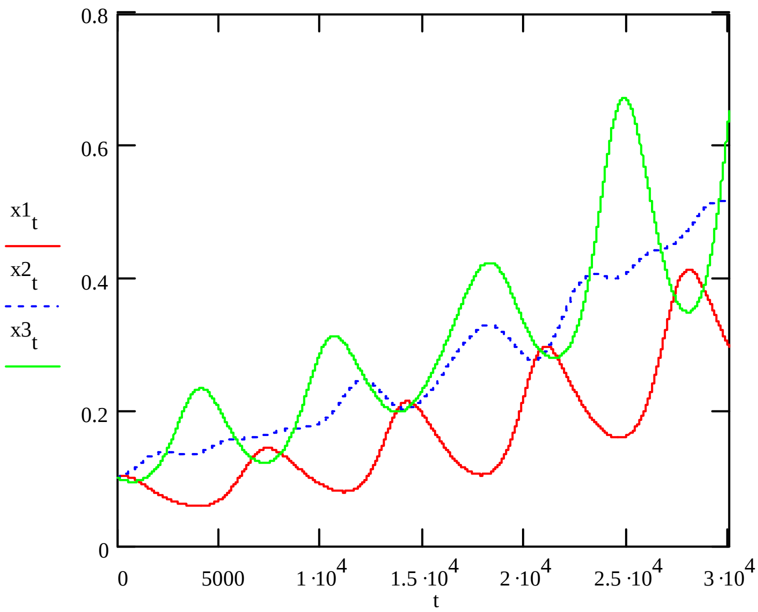
4. *Tulajdonság:*

A gazdasági ciklusokban a vállalatok árváltozását késéssel követi a termelési mennyiségek változása. A termelési szintek ciklikus változása során bizonyos vállalatok éppen ellentétes trendet követnek, míg vannak vállalatok, amelyek mindkét ciklikus változáshoz alkalmazkodnak.

3. ábra. Egy vállalat árainak és termelési mennyiségeinek összevetése



4. ábra. A gazdaság termelési szintjeinek összehasonlítása



Ezzel összefoglaltuk az (1)-(2) differenciálegyenlet rendszer megoldásának legfontosabb tulajdonságait. A következő részben azzal foglalkozunk, hogy hogyan alakul a gazdaság mozgása, ha technológiai változások állnak be a gazdaságban.

4. A gazdaság pályája technológia váltás esetén

Ebben a részben két esetet fogunk megkülönböztetni:

- innováció során csökken az egységnyi folyó ráfordítás mennyisége: $a_{ij} > a'_{ij}$,
- a technikai fejlődés miatt növekszik a készletigényesség: $b_{ij} < b'_{ij}$,

ahol a vesszővel jelölt mennyiség az innováció után előálló új együtthatókat jelöli. Először az első esetet vizsgáljuk.

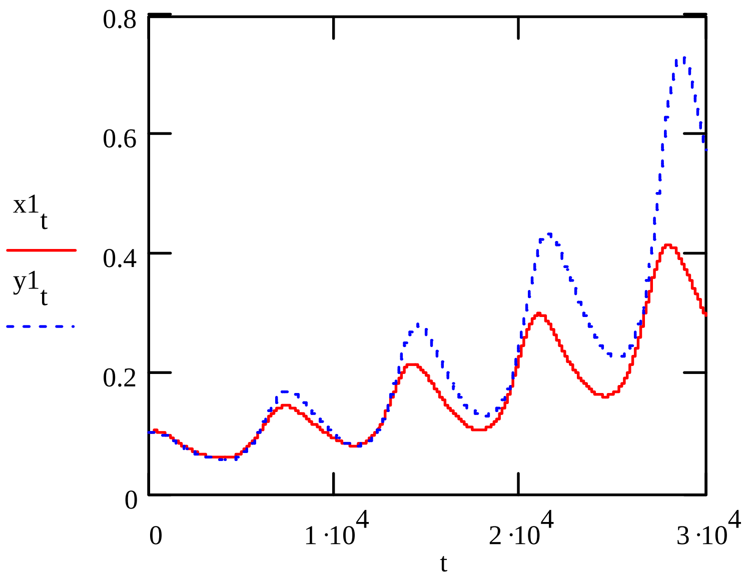
A továbbiakban a termelő felhasználások *A'* mátrixát, és a készletigényesség *B'* mátrixa az alábbi 3x3-as mátrixok reprezentálják:

$$A' = \begin{bmatrix} 0{,}1 & 0{,}3 - 0{,}05 & 0{,}2 \\ 0{,}5 & 0{,}2 & 0{,}4 \\ 0{,}2 & 0{,}4 & 0{,}5 \end{bmatrix}, \quad B' = \begin{bmatrix} 0{,}01 & 0{,}03 + 0{,}01 & 0{,}02 \\ 0{,}05 & 0{,}02 & 0{,}04 \\ 0{,}07 & 0{,}06 & 0{,}01 \end{bmatrix}.$$

Amint látjuk, az a_{12} és b_{12} értékeket változtattuk meg az előbbiekhez képest, és a kezdeti értéket is változatlannak hagytuk.

Ebben az esetben is csak az első terméket és annak árát mutatjuk be, mert a többi termékre és árára hasonló görbét kapunk. A változást az 5. és 6. ábra szemlélteti. Az ábrákon *y*-nal jelöltük az új termelési szinteket és *q*-val az új árakat.

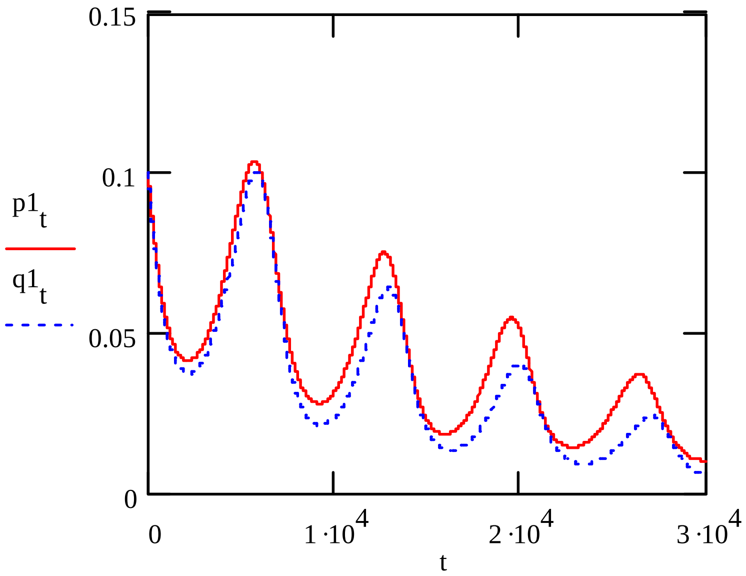
5. ábra. A termelési szintek az innováció előtt (x) és után (y)



Az 5. ábrán a szaggatott vonal jelöli a termelési szintek új pályáját. Ebből azonnal látjuk, hogy a ráfordítás igényesség csökkenése növeli a kibocsátás mennyiségét, és a ciklus csúcspontja is eltolódik.

Az árváltozást a 6. ábra mutatja. A szaggatott vonal ebben az esetben is az innováció utáni árakat mutatja. Megállapítható, hogy az ár, a termelési szintekkel ellentétben csökkennek, de ebben esetben is egy kisebb késleltetés figyelhető meg a ciklus alakulásában.

6. ábra. Az árak az innováció előtt (p) és után (q)



Eredményünket a következőkben foglalhatjuk össze.

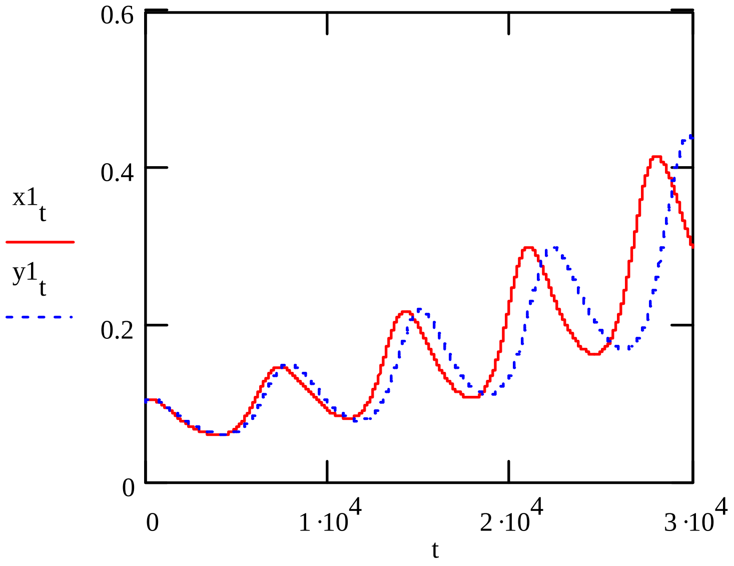
5. Tulajdonság:
A ráfordítás igényesség csökkenése után a termelési szintek növekednek, míg az árak csökkennek. Az új termelési szintek és árak, ha késéssel is, de követik a megelőző ciklusokat.

Végül a készletigényesség növekedésének hatását foglaljuk össze a ciklusra nézve. A készletigényesség növekedését azért tételeztük fel, mert a fejlett ipari országokba, és hazánkban is ez a tendencia figyelhető meg tömegszerűségében. A változásokat a 7. és 8. ábrán szemléltetjük.

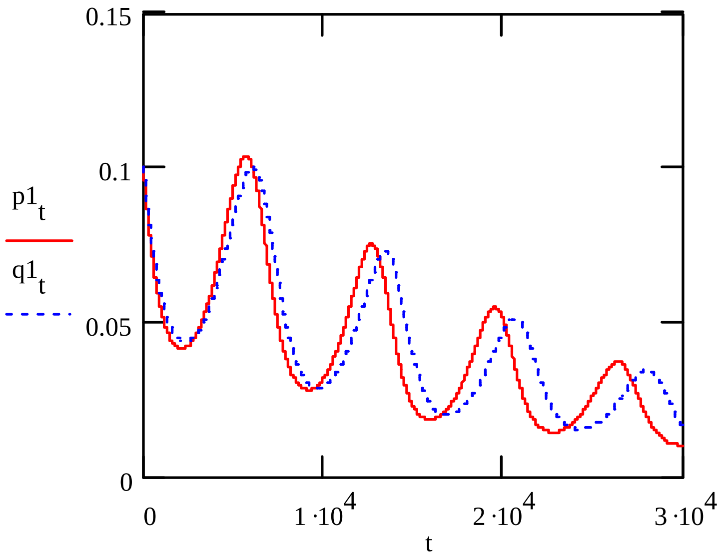
A 7. ábrán a termelési szintekre gyakorolt hatást mutatjuk be. A szaggatott vonal ekkor is az innováció utáni kibocsátást mutatja. Ebben az esetben, eltérően a ráfordítás igényesség csökkenésétől, növekedés és csökkenés a régihez képest nem állapítható meg. Ami viszont feltűnik az, hogy a ciklus az innováció után eltolódik, azaz a ciklus hossza növekszik. Ezt azzal magyarázhatjuk, hogy a készletigényességgel a megtérülés is hosszabb időszak alatt következik be.

A 8. ábrán az innováció árakra kifejtett hatását szemléltetjük. Itt is a szaggatott vonal jelzi az innováció utáni helyzetet. Amint a termelési mennyiségekre is megállapítottunk, azt az árakra is megismételhetünk. A mennyiséggel együtt mozognak az árak, és ez a ciklus hosszának növekedésével jár.

7. ábra. A termelési szintek változása a készletigényesség növekedése esetén



8. ábra. Az árak változása a készletigényesség növekedése esetén



Eredményünket az utolsó, 6. tulajdonságban foglaljuk össze.

6. Tulajdonság:

Ha az innováció a készletigényesség növekedéséhez vezet, akkor az innováció bevezetése után az üzleti ciklusok hossza késleltetéssel megnövekszik.

Ezzel vizsgálatainkat befejeztük.

5. Összegzés

A dolgozatban abból indultunk ki, hogy egy Leontief-típusú gazdaságban az ágazatok (monopolista) vállalatokként viselkednek. Ilyen feltételezés mellett a viselkedési szabályként nyert egyenletek a vizsgált gazdaság mozgáspályáját írják le. Mivel az így kapott differenciálegyenlet rendszer analitikusan nem vizsgálható, ezért numerikusan oldottuk meg az egyenleteket, és annak a görbéit elemeztük.

A megoldás egész egyszerűen az egyensúlyi arányos pályát, vagyis a Neumann-sugarat adják vissza, ha az egyenletrendszer kezdeti értéke a sugáron fekszik, tehát a nemlineáris differenciálegyenlet rendszer a klasszikus dinamikus Leontief-modellhez vezet. Ha nem áll fenn ez az eset, akkor a termelési szintek és árak ciklikus mozgást végeznek a Neumann-sugár mentén, de a ciklus amplitúdója növekvő. Az vállalatok üzleti ciklusa eltér egymástól. Bizonyos vállalatok teljesen ellentétes ciklusban vannak, míg mások alkalmazkodnak a két eltérő mozgású ciklushoz. Megállapítható, hogy az ilyen rendszereknek a ciklus természetes velejárója.

Az innováció két típusát vizsgáltuk az adott gazdasági rendszerben. A ráfordítás igényesség csökkenés esetén növekszik a kibocsátás, az árak csökkennek és a ciklus kissé eltolódik. Ha az innováció a készletigényesség növekedésében testesül meg, akkor a termelési szintek és az árak ciklusai is megnövekszenek, tehát egy bizonyos késleltetés lép fel a gazdaságban.

Hivatkozások

1. BRÓDY ANDRÁS - ÁBEL ISTVÁN [2008]: A Goodwin-modell szimmetriái, Közgazdasági Szemle LV., 333-343
2. BRÓDY ANDRÁS [1969]: Érték és újratermelés. Közgazdasági és Jogi könyvkiadó, Budapest
3. BRÓDY ANDRÁS [1980]: Ciklus és szabályozás: Kísérlet a klasszikus piac- és cikluselmélet matematikai modelljének megfogalmazására, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest
4. BRÓDY ANDRÁS [1997]: A piac és az egyensúly: A neumanni és kvázi-hamiltoni rendszer, Közgazdasági Szemle XLIV., 738-756
5. BRÓDY ANDRÁS [2002]: Bevezetés a mozgáselméletbe, Közgazdasági Szemle XLIX., 93-104
6. BRÓDY ANDRÁS [2004]: Near equilibrium: A research report on cyclic growth, Aula, Budapest
7. BRÓDY ANDRÁS [2000]: A wave matrix, Structural Change and Economic Dynamics 11, 157-166
8. BRÓDY ANDRÁS [2007]: A ciklus oka és hatása, Közgazdasági Szemle LIV., 903-914
9. DOBOS IMRE [2007]: Egy megjegyzés Bródy András: Leontief zárt dinamikus modellje című dolgozathoz, Közgazdasági Szemle LIV., 1004-1011
10. GOODWIN, R.M. [1967]: A growth cycle, in: *Feinstein, C.H.* (Ed.): Socialism, Capitalism and Economic Growth, Cambridge University Press, 54-58
11. KREKÓ BÉLA [1976]: Lienáris algebra, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest